Ingrid Scharlau, Christiane Heß und Jörn Schnieder

Nur Zahlen und Zeichen? Zum Nutzen des Schreibens in der Hochschuldidaktik der Mathematik

Abstract 1
Ausgangslage 2
Schreibdidaktik als Kern wissenschaftlicher Praxis 2
Verortung der Schreibdidaktik 2
Schreiben im Mathematikstudium 3
Mathematik als Kommunikation 3
Bisherige Schreibanleitungen in der Mathematik 3
Schreiben: Ein umfassender Blick 4
Drei Aspekte: Text – Prozess - Diskurs 4
Texte 4
Personen: Komplexität von Schreibprozessen 5
Diskursgemeinschaften 6
Grundsätzliche Ausrichtung schreibdidaktischer Angebote für Mathematikstudierende 6
Der mathematikdidaktische Ansatz 7
Begriffe, Sätze und Theorien 7
Mathematische Gedanken folgerichtig und verständlich ausformulieren und aufschreiben – Beispiel 1 7
Die Grundidee: Puzzeln – versprachlichen – mit Hilfe verschriftlichen 8
Schritt 1: Besonderheiten mathematischen Schreibens 8
Schritt 2: Mathematikzentrierte Arbeitsphase 9
Schritt 3: Die Schreibaufgabe 9
Schritte 4 und 5: Austausch im Plenum, Think-Pair-Share 10
Kritische Bewertung 10
Mathematik schreiben – rhetorische und kommunikationspsychologische Aspekte beim Schreiben mathematischer Fachtexte – Beispiel 2 11
Schritt 1: Rhetorische und stilistische Mittel 12
Schritt 2: Analyse mathematischer Texte 12
Schritt 3: Plenumsanalyse markanter Textstellen 12
Schritt 4: Rhetorische und stilistische Aufbereitung eines Beweises für verschiedene Zielgruppen 13
Schritt 5: Reflexion und Vernetzung 13
Kritische Bewertung 14
Ausblick 14
Anhang 16

Abstract

Ziel des hier vorgestellten Ansatzes ist es, Mittel zur schriftlichen Darstellung mathematischer Gedankengänge und Sachverhalte vorzustellen, mit denen Studierende beim Lernen von Mathematik unterstützt und frühzeitig auf das wissenschaftliche Schreiben vorbereitet werden können. Der Ansatz speist sich aus der Überzeugung,

dass diese Fähigkeiten vor dem Horizont der Idee von Wissenschaft aufzubereiten und lernbar zu machen sind. Damit trägt er der Forderung Rechnung, dass sich Mathematik wie jede Wissenschaft selbst zum Thema machen und in kritischer Distanz Selbstreflexion betreiben muss. Das Konzept verbindet Schreibübungen auf kompetenzbezogener Ebene deswegen mit Reflexionen, mit denen die Zweckmäßigkeit und epistemologische Bedeutung mathematischer Darstellungsformen entschlüsselt und hinterfragt wird. Dies wird im Folgenden schreibdidaktisch begründet und an zwei exemplarischen didaktischen Konzepten, die im Rahmen von Seminaren oder Übungen eingesetzt werden können, herausgearbeitet.

Ausgangslage

Schreibdidaktik als Kern wissenschaftlicher Praxis

Nach einem zögerlichen Beginn hat die Schreibdidaktik in den letzten Jahren Eingang in die deutsche Hochschuldidaktik gefunden. Der Begriff Schreibdidaktik wird im Folgenden in einem *weiten* Sinne verwendet, in dem es weder um das Trainieren stilistischer oder rhetorischer Fähigkeiten geht noch darum, eine generische Kompetenz zu vermitteln, die sich, einmal gelernt, in allen Lebenslagen zur Geltung bringen ließe. Schreiben wird vielmehr *Kern akademischer bzw. wissenschaftlicher Praxis*[1] verstanden, und Schreibdidaktik hat die anspruchsvolle Aufgabe, den Eintritt in die Diskursgemeinschaft des Fachs zu begleiten, zu beobachten und zu thematisieren (z.B. Hyland 2011; 2003; Nystrand 2006). Wenn sie genau diese weite Perspektive einnimmt, erreicht universitäre Schreibförderung ihre größtmögliche Wirksamkeit.

Verortung der Schreibdidaktik

Die schriftliche Darstellung von Wissen folgt Regeln, die sich zwischen den Fächern deutlich unterscheiden. Eine wissenschaftspropädeutische Aufgabe der Schreibdidaktik liegt darin, diese – nur zu oft impliziten – Normen und die dahinter liegenden Erkenntnisinteressen aufzudecken, einer kritischen Analyse zu unterziehen und so ein mündiges Verhältnis zum jeweiligen Fach zu ermöglichen. Die Fächer selbst leisten dies oft nicht hinreichend, etwa wenn disziplinäre Textnormen unhinterfragt als Selbstverständlichkeiten gesetzt oder auch auf jegliches wissenschaftliche Schreiben verallgemeinert werden.

Um dieses Ziel der Aufdeckung und Reflexion zu erreichen, ist es notwendig, Schreibförderung nicht in allgemeinen oder Schlüsselkompetenzkursen anzusiedeln, sondern an einem universitären Ort, der engen Kontakt zum jeweiligen Fach hält, zugleich aber einen Vergleich zwischen Fächern bzw. zumindest den Blick über das eigene Fach hinaus erlaubt. Fachlehrende benötigen dafür wissenschaftskritisches Interesse, besser noch interdisziplinäre Schreiberfahrungen, zumindest aber Neugier für die Texte und das Schreiben anderer Disziplinen.

[1] Schreiben und Lesen lassen sich selbstverständlich nicht trennen. Sowohl in den theoretischen Grundlagen als auch in den Übungen tritt deswegen Lesen an zentraler Stelle vor.

Schreiben im Mathematikstudium

Lesen und Schreiben wissenschaftlicher Texte werden im Mathematikstudium oft bis zur Bachelorarbeit als Beiwerk gehandhabt; die Teilnahme am wissenschaftlichen Diskurs der Mathematik ist für die Studierenden, aber auch für viele Lehrende, verglichen mit der hohen Bedeutung der Erarbeitung kanonisierten Wissens durch die Bearbeitung von Übungsaufgaben, eine randständige Aufgabe. Das ist umso erstaunlicher, als auch die „Sprache Mathematik" eine „der schriftlichen Texte" ist (Mehrtens 1990, S. 9). Nicht anders als in anderen Disziplinen heißt Mathematik betreiben, mathematische Texte sinnentnehmend zu lesen und sinnhaltige, adressatengerechte Texte zu produzieren – vom Übungsblatt über die Bachelorarbeit bis hin zum Forschungsartikel.

Mathematik als Kommunikation

Wie jede Wissenschaft ist auch die Mathematik auf Verständlichkeit und Mitteilung angewiesen. Im Gegensatz zu verbreiteten Alltagvorstellungen ist sie ein hochkommunikatives Geschehen; sie „ist das Verfahren, durch das ich sichern möchte, dass du siehst, was ich sehe" (v. Hentig 2003, S. 175). Mathematische Schriften dienen allerdings „nicht nur der Kommunikation, vielmehr erstrangig der Kognition" und können somit als „Denkzeuge" verstanden werden (Krämer 2012, S. 80-81). Trotz dieses hohen Stellenwertes bildet das Schreiben in der Hochschuldidaktik der Mathematik ein Randthema. Während die Übernahme der schreibdidaktischer Impulse, Maßnahmen und Ideen in den Geisteswissenschaften zügig von statten ging und auch die MINT-Fächer inzwischen ihren Nutzen für ihre Studierenden sehen, ist der Graben zwischen Mathematik und Schreibdidaktik noch tief.

Bisherige Schreibanleitungen in der Mathematik

Es existieren durchaus Ratgeber[2] mit Hinweisen, wie mathematische Arbeiten abzufassen sind. Diese Hilfestellung beschränkt sich jedoch meist auf Layout-Fragen bei der Einarbeitung von Formeln und Term- und Gleichungsumformungen in laufenden Text. Die Beschränkung auf formale Aspekte gilt auch für viele Schreibübungen etwa zur Darstellung mathematischer Beweise in Seminarkonzepten zum mathematischen Problemlösen. Die Verschriftlichung ist hier ein letzter Schritt auf dem Weg zur Darstellung mathematischer Beweise. Die vorgeschlagenen Regeln werden eher im Sinne eines mechanischen Einübens entsprechender Formulierungs- und Gliederungsverfahren eingesetzt. Eine erkenntniskritische Reflexion bleibt ausgespart (z.B. Velleman 2009, Daepp/Gorkin 2011). Offen bleibt damit auch, wie sich diese Regeln disziplingeschichtlich entwickelt haben, welche Gründe für sie angeführt werden und welche davon heute noch Anspruch auf Verbindlichkeit erheben können.

Nur relativ zu den epistemologischen Grundlagen aber können Entscheidungen getroffen werden, wie sich Erkenntnisse im Sinne von Transparenz, Nachvollziehbarkeit und Verständlichkeit geschickt begründen, vermitteln und in den Forschungskontext einordnen und verfügbar halten lassen (v. Hentig 2003, S. 175). Wie diese epistemologischen Grundlagen und Problemstellungen auf möglichst direktem Weg – und insbesondere ohne ein umfangreiches Literaturstudium vorzuschalten – im

---

[2] Exemplarisch und für weiterführende Literatur seien genannt Beutelspacher 2009, Houston 2012.

Rahmen einer Problematisierungsphase unterrichtlich inszeniert und damit allererst thematisiert werden können, werden wir exemplarisch weiter unten zeigen.

Eine zweite wesentliche Verengung bisheriger Ansätze besteht in der Konzentration auf Merkmale des Textes. Schreibdidaktische und –psychologische Untersuchungen haben überzeugend gezeigt, dass es wenig sinnvoll ist, über Merkmale von Texten zu sprechen, wenn den potentiellen Verfasserinnen und Verfassern nicht klar ist, *wie* – in welchen Arbeitsschritten, mit Hilfe welcher Verfahren, Strategien, Einstellungen und Haltungen beispielsweise – sie diese verwirklichen können. Benötigt wird also ein umfassender Blick auf das Schreiben, den wir im folgenden Absatz skizzieren.

Schreiben: Ein umfassender Blick

Unser Ansatz geht von der grundsätzlichen schreibdidaktischen Überzeugung aus, dass Schreiben als eine für wissenschaftlichen Erkenntnisgewinn, wissenschaftliches Studium und berufliche Tätigkeiten zentrale Praxis angesehen werden muss – nicht nur als eine Form des Zeichengebrauchs, sondern auch als eine Form sozialen Handelns, die einerseits Ausdruck von Institutionen, Kulturen oder Gruppen ist, diese andererseits aber auch beeinflusst (z.B. Prior 2006). Der Begriff Schreiben sollte dabei nicht auf Forschungs- und Abschlussarbeiten begrenzt werden, sondern jegliches lerndienliche Verfassen für das Studium spezifischer Texte einbeziehen. Zu denken ist also auch an Klausuren, Vorlesungsnotizen und insbesondere Übungsblätter.

Drei Aspekte: Text – Prozess - Diskurs

Wenn an Universitäten über Schreiben gesprochen wird, beschränkt sich dies häufig auf Texte und deren Merkmale; andere Aspekte des Schreibens werden oft übersehen. Auf die große Relevanz der Reflexion des epistemologischen Kontexts haben wir oben bereits hingewiesen. Notwendig ist zudem, auch die individuellen Schreibprozesse sowie die erhebliche disziplinspezifische Unterschiedlichkeit von Texten in den Blick zu nehmen. Studierende müssen neben inhaltlichen Kompetenzen auch prozess-, produkt- und kontextbezogene Kompetenzen erwerben (Kruse 2007; ähnlich Beaufort 2007, Hyland 2011). Mit Ausnahme der ersten Kategorie handelt es sich dabei nicht allein um explizites Wissen, sondern teilweise auch um implizites Können. Alle drei Aspekte – Text, Prozess, Diskurs – sollen im Folgenden kurz beschrieben werden.

Texte

An Texten lässt sich, kritische Distanz vorausgesetzt, durchaus einiges lernen, etwa durch die Analyse der kontext- oder fachspezifischen sprachlichen und rhetorischen Mittel, mit denen sie ihre Ziele erreichen. Dabei darf allerdings nicht übersehen werden, dass es in der Wissenschaft nicht *den* oder *einen* Text oder *die beste* Argumentation gibt. Deswegen lassen sich auch kaum allgemeingültige Regeln für gute wissenschaftliche Texte formulieren. Vielmehr müssen sprachliche und rhetorische Unterschiede zwischen wissenschaftlichen Fächern oder Disziplinen oder auch im Rahmen historischer Verschiebungen in den Blick genommen werden.

Durch ihre Verdichtung und Verkürzung und durch den sehr hohen Stellenwert von Symbolen, Formeln bzw. Formelapparaten, Definitionen und Beweisen unterscheiden sich mathematische Texte von denen vieler anderer Wissenschaften. Stärker als dort sind Argumentationsgänge und Problemstellungen formalisiert. Im Vergleich zu Texten anderer Disziplinen fällt die Häufigkeit von Sicherheitsmarkierern (etwa „offensichtlich“) und das Fehlen von Unsicherheitsmarkierern auf (etwa „möglicherweise“). Es wird vergleichsweise wenig belegt und sehr selten wörtlich zitiert. Mathematische Sprache ist jedoch keineswegs „ganz anders“. Eine wichtige Regel ist beispielsweise, in ganzen Sätzen zu schreiben – also etwa nicht „$4 = 5 \Rightarrow$ keine Lösungen, leere Menge (Ø)“, sondern besser „Da das gegebene Gleichungssystem auf die Gleichung $0 = 1$, einen Widerspruch, zurückgeführt werden kann, ist die Lösungsmenge leer“ zu formulieren. Logische Symbole sind entsprechend im Fließtext sparsam einzusetzen. Die Darstellung längerer Berechnungen in separaten Textteilen ist ebenso geregelt wie die Verwendung von Symbolen zu Satzbeginn bzw. die Verwendung von Bindewörtern und Synonymen.[3] Mathematische Sprache besteht also aus einem komplizierten Wechselspiel von Prosa- und Formelsprache und hat immer den Anspruch, formelsprachliche Anteile in Prosatext zu integrieren. Beim Verfassen mathematischer Texte müssen Studierende somit nicht nur die Regeln der Einbettung von Formeln in den Fließtext bzw. die Darstellung längerer Berechnungen in separaten Textteilen beherrschen, sondern zahlreiche Entscheidungen treffen, etwa darüber welche Argumentbestandteile als Fließtext, welche durch Formelsprache auszudrücken sind, wann ein Sicherheitsmarkierer angebracht ist oder welches Wissen so wenig zum Kanon gehört, dass es belegt werden muss.

Personen: Komplexität von Schreibprozessen

Studierende müssen jedoch nicht nur wissen, wie Texte auszusehen haben, sondern auch, wie sie selbst diese Texte produzieren können. Schreiben ist ein höchst komplexer Prozess, durch den eine Person Bedeutung konstruiert und in eine schriftsprachliche Form bringt. Kern dieses Prozesses ist ein Zyklus von Interpretation, Reflexion und Produktion (z.B. Hayes 1996), die wiederum aus sehr unterschiedlichen Teilprozessen bestehen, von der Ideengenerierung über das Ausformulieren, das kritische Prüfen, das Tippen oder Handschreiben bis hin zur Selbstmotivation. Die in den Phasen jeweils anstehenden Aufgaben verlangen den Einsatz angemessener Strategien oder Techniken, die sehr unterschiedlich sein können. Schreiben geht mit einer hohen Belastung des Arbeitsgedächtnisses einher, um dessen sehr begrenzte Kapazität inhaltliche Auseinandersetzung mit vielen anderen schreibbezogenen Aktivitäten wie etwa dem Ausformulieren oder Tippen konkurriert. Aus diesem Grunde ist wissenschaftliches Schreiben auch für Expertinnen und Experten selten ganz einfach.

Als sehr wichtige Folge aus dieser Sichtweise ist festzuhalten, dass Schreibprozesse aus einer Vielzahl von Gründen misslingen können – fehlendes inhaltliches Wissen, Unfähigkeit, vorsprachliche Ideen auszuformulieren, mangelnde Selbstregulation beim Umgang mit Ablenkung, Unvertrautheit mit fachspezifischem Vokabular und viele andere. Um gut schreiben zu können, benötigen Studierende umfangreiche Übung in allen Teilprozessen des Schreibens. Dies heißt zugleich auch, dass Übung sehr wichtig ist – es kann wohl im Großen und Ganzen angenommen werden, dass Studierende umso besser schreiben, je mehr Übung sie im Schreiben haben.

---

[3] Für eine auch für den Anfänger sehr anschauliche und lesenswerte Übersicht vgl. insbesondere Houston 2012, S. 27 – 49 und, detailreich, Beutelspacher 2009.

Im Falle der Mathematik ist aber noch ein weiterer Punkt zu unterstreichen. Mathematische Schreiberfahrungen unterscheiden sich deutlich von Schreiberfahrungen aus anderen Fächern, und viele Studienanfängerinnen und -anfänger werden überhaupt erst erkennen müssen, dass Mathematik mehr ist als Rechnen. Die hohe Bedeutsamkeit von Lesen und Schreiben für mathematisches Lernen und Denken wird in der Regel eine neue Erfahrung sein. Sie zu begleiten, verlangt eine explizite und umfangreiche Thematisierung verschiedener Schreibprozesse gerade zu Studienbeginn.

Diskursgemeinschaften

Wie bereits erwähnt ist Schreiben schließlich eine Weise, an einer Diskursgemeinschaft teilzunehmen, d.h. nicht lediglich Kommunikation, sondern soziales Handeln, (Ko-) Konstruktion von Bedeutung in einem Universum anderer Texte wie auch der Gemeinschaft anderer Schreiber_innen. Diskursgemeinschaften sind Gruppen von Personen, die ein gemeinsames Ziel oder Interesse verfolgen und dabei bestimmte diskursive Praktiken oder Formen von Kommunikation nutzen, sogenannte Genres. Zu diesen gehören – oft ungeschriebene – Normen wie ein bestimmter Jargon. In eine Diskursgemeinschaft wird man durch Praxis hineinsozialisiert.

Nimmt man Mathematik als Diskursgemeinschaft im oben erwähnten Sinne ins Auge, wird deutlich, dass die Überzeugungskraft eines Beweises nicht nur von seiner logischen Gültigkeit abhängt. Jeder Beweis richtet sich als Argumentation an konkrete Personen, die als Adressatinnen und Adressaten ernst zu nehmen sind. Es geht also nicht nur darum, einen bestimmten Sachverhalt zu begründen, sondern zugleich auch bestimmte Personen von seiner Richtigkeit zu überzeugen. In diesem Sinn spielen auch pragmatische, ästhetische, kommunikative und nicht zuletzt rhetorische Aspekte für einen geglückten Beweis eine zentrale Rolle.

In Diskursgemeinschaften spielen auch Machtverhältnisse eine Rolle, die beispielsweise dadurch zum Ausdruck kommen können, dass bestimmte Regeln wie selbstverständlich gesetzt werden. Spuren solcher Macht tragen etwa Formulierungen wie „Beweis: trivial“ oder das in mathematischen Texten oft ambige „wir“, das die Leserinnen und Leser sowohl ausschließen als auch einschließen kann.

Grundsätzliche Ausrichtung schreibdidaktischer Angebote für Mathematikstudierende

Schreibangebote für Studierende müssen unserer Überzeugung nach alle drei genannten Blickwinkel einnehmen können:

- den Fokus auf den Text, mit dem Gewinn, der entsteht, wenn transparent und benennbar wird, wie ein Text seine Ziele mit bestimmten sprachlichen und rhetorischen Mitteln verfolgt und wie die dies ermöglichenden Wissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten gelernt werden können,
- den Fokus auf die schreibende Person mit den Entwicklungsimpulsen, die dadurch entstehen, dass die Komplexität und der Umfang der verschiedenen Prozesse deutlich wird, die am Schreiben beteiligt sind, und den Schreiberinnen und Schreibern deutlich wird, dass Schreiben in all seinen Komponenten geübt und gelernt werden muss, sowie der erleichternden Einsicht, dass auch Expertinnen und Experten das Schreiben schwer fällt,

- der Fokus auf Diskursgemeinschaften, der auch die oft implizit bleibenden Spielregeln von Wissenschaften oder Genres deutlich macht sowie die im Schreiben auch verhandelten Machtverhältnisse in den Blick rücken kann.

Den Studierenden sind somit die Kompetenzen zu vermitteln, die dem jeweiligen Genre und ihrer Disziplin entsprechenden sprachlichen und rhetorischen Mittel in gelesenen Texten zu identifizieren und zu benennen sowie selbst bewusst, gezielt und flexibel einzusetzen.

Der mathematikdidaktische Ansatz

Unsrem Ansatz liegt ein argumentationstheoretisches bzw. dialogisches Verständnis von Mathematik zugrunde, nach dem mathematische Theorien letztlich im konkreten Gespräch bzw. Dialog ausgehandelt und begründet werden. Die Grundidee ist deswegen, die schriftliche Konstruktion von Argumenten in formallogischer, philosophischer und rhetorischer Hinsicht in den Mittelpunkt zu stellen – übrigens ein Kernstück schreibdidaktischer Arbeit auch in anderen Fächern (z.B. Bean 2001; Ramage, Bean & Johnston 2012).

Begriffe, Sätze und Theorien

Mathematisch richtet sich unsere Aufmerksamkeit folglich auf Begriffe, Sätze und Theorien. Viele Verfahren der allgemeinen Begriffs- und Argumentationsanalyse werden in der mathematischen Forschung wie selbstverständlich, aber eben stillschweigend, verwendet bzw. ausgeschlossen. Mathematiktypische Beispiele für begriffsanalytische Verfahren sind etwa implizite und explizite Definition wie auch – wenngleich nur selten explizit gemacht und in ihrer (gegenstandskonstitutiven) Funktion in vollem Umfang durchschaut – die Verfahren der Abstraktion und Ideation; darüber hinaus geht es auch darum, begriffliche Zusammenhänge zu verstehen, unbemerkte Implikationen aufzudecken, trennscharfe Begriffe zu verwenden und weiteres mehr (für einen Überblick siehe Thiel 1995 und Tetens 2004, deutlich tiefgehender Stekeler-Weithofer 2008).

Mathematische Gedanken folgerichtig und verständlich ausformulieren und aufschreiben – Beispiel 1

Im Folgenden soll ein bereits mehrfach erprobtes Unterrichtsbeispiel zum Einstieg in das mathematische Schreiben, wie es beispielsweise im Rahmen eines Vorkurses für Studienanfängerinnen und -anfänger in Mathematik angeboten wurde, skizziert werden. Wir legen den Studierenden ein Puzzle zum Irrationalitätsbeweis von Wurzel 2 (siehe Arbeitsblatt 1.2) vor.[4] Das Besondere dieses Puzzles besteht darin, dass es ausschließlich Formeln, Terme und Gleichungen, aber keine alltagssprachlichen Elemente enthält. Dadurch wird der Fokus der Aufgabe auf die argumentative Struktur des Beweises gelegt: Erst, wenn sie durchschaut ist, können die Puzzleteile sortiert werden.

---

[4] Das Beispiel ist unabhängig vom konkreten Inhalt und funktioniert auch mit vielen anderen mathematischen Beweisen.

Die Grundidee: Puzzeln – versprachlichen – mit Hilfe verschriftlichen

Zunächst sollen die Studierenden die Teile des Puzzles in eine als sinnvoll und korrekt durchschaubare Reihenfolge bringen, ihre Entscheidungen im Gespräch mit ihrer Gruppe begründen und schließlich als vollständigen Beweis zu einem zusammenhängenden Vortrag sprachlich elaborieren und mündlich darstellen. In der Wahrnehmung der Studierenden handelt es sich bei dieser Aufgabe um eine mathematisch-inhaltliche Aufgabe. Sie wirkt motivierend, weil sie gerade in der Reduktion auf die formalen Anteile des Beweises als anspruchsvoll, aber lösbar und herausfordernd wahrgenommen wird. Ganz bewusst wird an dieser Stelle noch auf die Verschriftlichung der Überlegungen verzichtet und stattdessen der dialogisch angelegte Austausch in Gruppenarbeit angeregt, denn diese Aufgabenstellungen können aus der Schule als bekannt vorausgesetzt werden. Die mündliche Kommunikation bereitet jedoch auch die Verschriftlichung des Beweises vor: In ihr werden in intuitiver Form viele Grundregeln und Besonderheiten mathematischen Schreibens gewöhnlich bereits eingehalten.

In einem nächsten Schritt sollen die Studierenden diese Formeln in grammatikalisch vollständige Sätze integrieren, die einen gut strukturierten alltagssprachlichen Gesamttext bilden. Als Hilfsmittel erhalten sie eine Liste mit Formulierungsbausteinen (siehe Arbeitsblatt 1.3), die in Anfänge, Beweisarten, Ansätze, Voraussetzungen, Folgerungen und Bedingungen gegliedert ist. Die Formulierungsbausteine helfen den Studierenden, sich in der Aufgabenbearbeitung zunächst auf die logisch-argumentative Struktur ihrer Überlegungen zu konzentrieren und sich dabei nicht allzu sehr von der Suche nach sprachlich und rhetorisch angemessenen Ausdrucksformen ablenken zu lassen.

Mit den alltagssprachlichen Anteilen schließen wir an bei den Studierenden vorhandene schriftliche Fähigkeiten an; durch die Vorgabe von formelsprachlichen Elementen tragen wir der Tatsache Rechnung, dass Studierende die Vorteile algorithmischer Aspekte der Mathematik grundsätzlich verstehen. Die Kombination beider Aspekte verhindert, dass letztere gleichsam rezeptologisch und in ihrer Kalkülorientierung missverstanden werden. Die einzelnen Schritte werden im Folgenden noch einmal im Detail vorgestellt.

Schritt 1: Besonderheiten mathematischen Schreibens

In einem kurzen Input (siehe Arbeitsblatt 1.1) werden die Grundregeln und Besonderheiten mathematischen Schreibens eingeführt und erläutert. Als ergänzendes Material wird im Anschluss an Houston (2012) und Beutelspacher (2009) die folgende Liste vorgestellt, mit der anschaulich wird, dass auch ein mathematischer Text ein sprachlich verfasster Text ist.

1. Schreiben Sie in kurzen, einfachen Sätzen. Achten Sie auf verständlichen Ausdruck, das heißt formulieren Sie so direkt und klar wie möglich. (Beachten Sie auch die Grammatik- und Rechtschreibregeln der deutschen Sprache.)
2. Formeln, Terme und Gleichungen sind grammatikalisch wie Nomen und Aussagen zu behandeln; sie müssen sprachlich so umrahmt werden, dass sie als grammatikalisch korrekt gebildete Sätze gelesen werden können.
3. Erklären Sie dem Leser, was Sie gerade tun und machen Sie die Beweisstruktur durch Vor- und Zwischenbemerkungen transparent.

4. Heben Sie wichtige Formeln in separaten Zeilen hervor – achten Sie dabei konsequent auf die Einhaltung der Regeln 1. und 2.
5. Erklären und begründen Sie alle wichtigen Behauptungen und Schlussfolgerungen.
6. Verwenden Sie nur präzise definierte Symbole und Begriffe.

Schritt 2: Mathematikzentrierte Arbeitsphase

Es folgt eine mathematikzentrierte Arbeitsphase. Dazu wird zunächst das Beweispuzzle vorgelegt, dessen Teile in eine sinnvolle logisch richtige Reihenfolge zu bringen sind (siehe Arbeitsblatt 1.2). Das Besondere des Puzzles besteht darin, dass es nur die für einen ausführlichen Beweis notwendigen Formeln, Terme und Gleichungen enthält und auf die fachsprachlichen Ergänzungen und Erklärungen (nahezu) verzichtet (das Puzzle verzichtet ganz bewusst auf logische Ausdrücke und Quantoren (wie „es gibt", „für alle" und entsprechende Formulierungen); allerdings gibt die Überschrift einen Hinweis auf den Widerspruchsbeweis als Ordnungsstruktur). Die Teile des Puzzles zu ordnen, hat sich als motivierende Aufgabe erwiesen. Obwohl der Beweis traditionell bereits in der achten oder neunten Jahrgangsstufe behandelt wird, wird seine Rekonstruktion in diesem Format von vielen Studierenden als anspruchsvolle Aufgabe wahrgenommen. Deswegen lassen wir diesen zweiten Schritt auch im Rahmen einer Gruppenarbeit mit anschließender Sicherungsphase im Rahmen einer Plenumspräsentation durchführen. Die konkrete Aufgabenstellung könnte wie folgt formuliert sein:

Aufgabenstellung: „Das folgende Arbeitsblatt 1.2 enthält nur das formale Skelett, d.h. die formalen Teile eines Beweises für die Irrationalität von Wurzel 2. Bringen Sie diese Teile in eine logisch richtige Ordnung. Dokumentieren Sie Ihr Ergebnis und stellen Sie Ihre Ergebnisse und Überlegungen im Plenum vor!"

Das Puzzle ist 13 teilig, erfahrungsgemäß ist das schon recht umfangreich und erzeugt auch eine Vielfalt denkbarer/sinnvoller Reihenfolgen. Denkbare Lösungen finden sich selbstverständlich in vielen einführenden Mathematik-Lernbüchern. Unserer Erfahrung nach sind Viergruppen eine geeignete Größe; die Studierenden benötigen etwa 20 Minuten Zeit.

Schritt 3: Die Schreibaufgabe

In diesem Schritt geht es um die eigentliche Schreibaufgabe. Aufgabe ist es jetzt, den Beweis unter Berücksichtigung der Grundregeln für mathematisches Schreiben in vollständigen Sätzen auszuformulieren und aufzuschreiben. Die in Arbeitsblatt 1.2 hervorgehobenen Terme und Gleichungen müssen dabei als formelsprachliche Anteile in die Texte eingebettet werden. Die konkrete Aufgabenstellung könnte wie folgt formuliert sein:

Aufgabenstellung 3.1. Einzelarbeit: „Formulieren Sie, zunächst in Einzelarbeit, den Beweis zur Irrationalität von Wurzel 2 in vollständigen Sätzen. Gehen Sie hierbei schrittweise vor. Orientieren Sie sich an den Zeilen Ihres Beweises aus Schritt 2 und integrieren Sie jede Formelzeile in einen vollständigen Satz. Nutzen Sie dafür die vorgegebenen Satzanfänge (Arbeitsblatt 1.3). Alle in Arbeitsblatt 1.2 hervorgehobenen Terme und Gleichungen müssen als formelsprachliche Anteile in die Sätze integriert werden. Schreiben Sie Ihre Sätze separat und gut getrennt voneinander auf."

Bei hinreichender Vertrautheit mit dieser Aufgabe kann man Studierende auch bitten, einen gesamten Beweis alltagssprachlich auszuformulieren, gänzlich oder beinahe ohne mathematikspezifische Symbole, Terme oder Gleichungen. Dies erlaubt es stärker noch als die Variante in Aufgabenstellung 3.1, den Nutzen formel- und alltagssprachlicher Darstellungen von Beweisen auch aus mathematikphilosophischer Perspektive zu reflektieren.

3.2. In diesem Schritt wird in Gruppen von 4 Personen gearbeitet, die sich zunächst über die individuellen Arbeitsergebnisse informieren: „Gruppieren bzw. sortieren Sie alle in ihrer Gruppe formulierten Sätze. Achten Sie dabei auf Unterschiede, die entstehen, wenn sie mehr oder weniger formelsprachliche und alltagssprachliche Anteile nutzen. Treffen Sie im Blick auf die Grundregeln und Besonderheiten mathematischen Schreibens eine Auswahl und nehmen Sie im Blick auf die Tabelle mit den Formulierungshilfen ggf. Ergänzungen vor. Stellen Sie den vollständigen Beweis so dar, dass Sie ihn im Plenum vorstellen können."

Schritte 4 und 5: Austausch im Plenum, Think-Pair-Share

Schritt 4: Der Austausch im Plenum kann als Museumsrundgang organisiert werden. Die konkrete Aufgabenstellung könnte wie folgt formuliert sein: „Informieren Sie sich in einem Museumsrundgang über die Ergebnisse der anderen Gruppen. Bleiben Sie bei der aus Ihrer Sicht gelungensten Lösung stehen. Begründen Sie Ihre Überlegungen. Die beste Gruppe stellt ihr Ergebnis im Plenum vor."

Alternativ oder ergänzend könnte auch eine studentische Lösung (siehe Arbeitsblatt 1.4) im Plenum kritisch verglichen und im Blick auf die bisher bekannten Grundregeln und Besonderheiten mathematischen Schreibens diskutiert werden.

Schritt 5: Mit einer abschließenden, als Think-Pair-Share (Ich-Du-Wir-Methode) angeleiteten Reflexionsaufgabe kann das Unterrichtsbeispiel abgeschlossen und ein Praxistransfer angeregt werden. Die konkrete Aufgabenstellung könnte wie folgt formuliert sein: „Was haben Sie heute über guten Ausdruck in mathematischen Texten gelernt? Wie hilfreich fanden Sie die einzelnen Schritte und Methoden? Worauf wollen Sie im nächsten Schritt beim Lesen und Schreiben mathematischer Texte achten?" Alternativ lässt sich auch fragen: „Was genau unterscheidet eine formelsprachliche von einer durch Alltagssprache ergänzten Darstellung des Beweises? Finden Sie möglichst mehrere Unterschiede."

Kritische Bewertung

Schreibpsychologisch bzw. –didaktisch erfüllt diese Aufgabe mehrere wichtige Funktionen. Einerseits führt sie in die Regeln mathematischen Schreibens ein – die hierbei übrigens nicht einfach gesetzt werden sollten, sondern in Schritt 1 in Bezug auf ihre epistemologische Funktion erläutert werden müssen. Dies setzt voraus, dass die Ziele mathematischer Theorien (in einem normativen Dialog) legitimiert worden sind; aus Platzgründen können wir darauf hier nicht eingehen, möchten aber zumindest darauf hinweisen, dass die Übungen in einem Kontext, in dem diese „ersten" Ziele aufgedeckt und relativ zu ihnen die – in Abhängigkeit von den zugrundeliegenden mathematischen Erkenntnistheorien und Ontologien – Methodenentscheidungen etwa des Schreibens mathematischer Texte kritisch diskutiert werden können, noch sehr viel ertragreicher werden.

Zweitens sollte mit den Studierenden zumindest kurz die für sie vermutlich neue und verblüffende Rolle der Sprache für mathematische Erkenntnis diskutiert werden, etwa in dem Vor- und Nachteile alltags- und formelsprachlicher Begriffe in der Kommunikation mathematischer Erkenntnis im Vergleich benannt und reflektiert werden. Dies wird vor allem in den Schritten 3 und 4 bzw. 5 passieren. Dadurch, dass die Studierenden verschiedene Darstellungsformen kennenlernen, erweitert sich auch das Spektrum dessen was sie – dem jeweiligen Ziel angemessen – nutzen können.

Die Aufgabe eignet sich insbesondere für den Einstieg in das Schreiben von Mathematik. Die Vorgabe von Formulierungsbausteinen entlastet gerade Anfängerinnen und Anfänger. Mit der Erweiterung zu der Aufgabe, gänzlich oder beinahe vollkommen ohne mathematische Formeln oder Symbole auszukommen, lässt sie sich aber auch für fortgeschrittene Studierende, und zwar insbesondere auch metatheoretisch (Hoffkamp/Paravicini/Schnieder 2014) gewinnbringend nutzen.

Mathematik schreiben – rhetorische und kommunikationspsychologische Aspekte beim Schreiben mathematischer Fachtexte – Beispiel 2

Die rhetorische und stilistische Analyse mathematischer Texte ist von großer Bedeutung, um die – oft impliziten Regeln – der mathematischen Diskursgemeinschaft und die damit verbundenen epistemologischen Praktiken aufzuklären bzw. zumindest anzusprechen. Dabei muss langfristig auch die Heterogenität mathematischer Texte in den Blick genommen werden, etwa Forschungsartikel mit Lehrbüchern, populären Darstellungen oder Tafelanschrieben verglichen werden, um herauszuarbeiten, was mit welchen rhetorischen Mitteln (nicht) erreicht werden kann. Im Bereich des universitären Lernens ist diese Analyse auch deswegen hoch relevant, weil sie die Fremdheit, insbesondere Distanziertheit, mathematischer Texte, die abschreckend und damit lernhinderlich wirken kann, zu verringern vermag. Im Fach Mathematik wird es dabei sicherlich auch darum gehen, überhaupt die Textförmigkeit mathematischer Erkenntnis und insbesondere die Reduziertheit der sprachlichen Elemente in vielen Forschungstexten zu verstehen.

In Beispiel 1 lag der Schwerpunkt auf der sachlogisch korrekten Darstellung und Verschriftlichung mathematischer Beweise und Gedankengänge. Im folgenden Beispiel 2 sollen nun rhetorische und stilistische Aspekte mathematischer Fachtexte eingehender untersucht werden. Insbesondere sollen die Teilnehmer für den Aspekt des Adressatenbezugs ihrer Texte sensibilisiert werden und schreibpsychologisch motivierte Werkzeuge, mit denen sie den Adressatenbezug ihrer Fachtexte unterstützen können, kennen lernen, erproben sowie ihre Grenzen und Reichweite – im Rahmen einer ersten Metareflexion - kritisch bewerten.

Schritt 1: Rhetorische und stilistische Mittel

Zunächst wird in einem Mini-Input eine Liste mit rhetorischen und stilistischen Mitteln vorgestellt und im Blick auf mathematische Texte exemplarisch erläutert. Die folgende Liste von Hinweisen hat sich bewährt (Arbeitsblatt 2.1):

- Verwenden Sie Ausrufe und wörtliche Rede.
- Stellen Sie rhetorische Fragen, die zum „Mitdenken“ anregen.
- Illustrieren und diskutieren Sie die Bedeutung abstrakter Begriffe und Sachverhalte an konkreten Beispielen.
- Sprechen Sie die Leserin/den Leser direkt an.
- Lassen Sie fiktive Menschen auftreten.
- Verwenden Sie witzige Formulierungen und Reizwörter.
- Verpacken Sie Ihre Informationen in Geschichten. Nehmen Sie Schwierigkeiten der Leserin/des Lesers ernst und versuchen Sie diese zu verstehen.
- Stellen Sie sich Gefühle, Gedanken der Leserin/des Lesers bei Ihrem Text vor.
- Seien Sie in Ihrem Denken und Sprechen authentisch: verschweigen Sie nicht, was Sie fühlen, was Sie bedrückt oder Ihnen Freude macht.
- Achten Sie beim Gestalten des Textes auf Ihre persönlichen Gedanken und Gefühle und setzen Sie sich damit auseinander.

Schritt 2: Analyse mathematischer Texte

Jetzt sollen die Teilnehmer_innen die Liste aus Schritt 1 zur Stilmittelanalyse mathematischer Texte anwenden und ihre Reaktionen als Leser_innen in den Blick nehmen. Kern ist, dass die Studierenden angeregt werden, ihre persönliche Reaktion auf den Text genau zu beschreiben und zu analysieren. Dabei steht – auch wenn dies Bestandteil der Aufgabe sein kann – nicht im Mittelpunkt, ob man einen Text mag oder nicht, sondern es geht darum herauszufinden, warum die eigene Reaktion auf den Text so ausgefallen ist, wie sie ist, und dies am gelesenen Text festzumachen.

Die konkrete Aufgabenstellung könnte folgendermaßen formuliert werden: „Im Folgenden erhalten Sie einen Beweis zur Unendlichkeit der Primzahlfolge, der einigen von Ihnen vielleicht schon in der frühen Schulzeit (fünfte oder sechste Klasse) begegnet sein könnte. Untersuchen Sie diesen Text auf der Grundlage des Arbeitsblattes 2.1 auf logische, rhetorische sowie psychologische Merkmale (entsprechende Textstellen unterstreichen!) und ihre Wirkung auf Ihr Textverständnis. Arbeiten Sie zunächst allein. Tauschen Sie sich anschließend mit Ihrem Nachbarn aus. Stellen Sie Ihre Überlegungen gemeinsam im Plenum vor!“

Schritt 3: Plenumsanalyse markanter Textstellen

Dieser Schritt umfasst die Vorstellung und Auswertung der Partnerarbeit im Plenum. Markante Textstellen können ausgewertet und diskutiert werden. So benutzt Beutelsbacher in seiner Darstellung beispielsweise den Begriff „Trick“. Dieser kann unterschiedliche rhetorische Funktionen haben. Für eine Mathematikerin mag er vor allem eine kluge Lösung bedeuten. Nicht mit dem mathematischen Diskurs vertraute Leser_innen – zu denen die große Mehrheit von Studierenden zu Studienbeginn zu zählen ist – werden vielleicht eher ein Zauberkunststück vermuten, dessen Vorgehensweise bewusst verborgen wird, ja geradezu eine Täuschung, zumindest aber etwas, dessen innere Logik ihnen verschlossen bleibt. Der Trick schließt also rhetorisch bestimmte Personen aus dem Diskurs aus.

Der Text von Beutelspacher setzt zwar vielfältige rhetorische und stilistische Hilfsmittel ein, gleichwohl finden sich – durchaus symptomatisch für mathematische Fachtexte – keine subjektiv-emotionalen „Verständlichmacher“ (Schulz von Thun 2014, 38). Deswegen kann hier – auch im Sinne einer ersten Metareflexion – bereits die Frage diskutiert werden, inwiefern der ausdrückliche Bezug des Autors auf die persönlichen und „bloß“ subjektiven Gefühle und Gedanken für die Verständlichkeit mathematischer Texte wünschenswert und hilfreich oder aber eher hinderlich und im Blick auf die mathematischen Erkenntnisinteressen sogar abträglich sein könnte.

Schritt 4: Rhetorische und stilistische Aufbereitung eines Beweises für verschiedene Zielgruppen

Jetzt sollen die Teilnehmer_innen selber einen im jeweiligen Seminar- oder Übungskontext einfachen Beweis adressatengerecht, mit rhetorischen und stilistischen Hilfsmitteln aufbereiten. Es werden vier verschiedene Ziel- bzw. Adressatengruppen unterschieden (siehe die Tabelle in Arbeitsblatt 2.2). Die Teilnehmer_innen werden in acht Gruppen eingeteilt, so dass zu jeder Zielgruppe/jedem Adressatenkreis zwei themengleiche Gruppen einen Beweis erarbeiten. Die konkreten Aufgabenstellungen könnten wie folgt formuliert werden:

- 4.1. Einzelarbeit: „Formulieren Sie – auf der Grundlage des folgenden Arbeitsblattes 2.3 einen Beweis zur Innenwinkelsumme im Dreieck in vollständigen Sätzen. Gehen Sie hierbei schrittweise vor. Schreiben Sie jeweils einen Satz auf eine Karte.“
- 4.2. Gruppenarbeit: „Gruppieren bzw. sortieren Sie alle in ihrer Teilgruppe formulierten Sätze. Treffen Sie auf der Grundlage Ihnen bekannter Kriterien verständlichen Schreibens in der Mathematik (siehe Liste aus Schritt 1) eine Auswahl und nehmen Sie im Blick auf die vorgegebene Zielgruppe rhetorische und stilistische Ergänzungen vor.“
- 4.3. Gruppenarbeit: „Stellen Sie mit den ergänzten Karten den vollständigen Beweis dar. Kleben Sie die Karten auf ein Plakat, ergänzen Sie dies ggf. durch Skizzen.“
- 4.4. Die beiden Plakate (A und B) einer Gruppe sollen nebeneinander an eine Magnettafel gehängt werden.
- 4.5. Plenum: „Wählen Sie für jede Zielgruppe das aus Ihrer Sicht passendere Plakat aus. Nehmen Sie die Bewertung einerseits auf Grundlage der Beweiskriterien und andererseits aus rhetorischer-stilistischer Sicht vor. Markieren Sie Ihren Favoriten und begründen Sie Ihre Entscheidung.“

Schritt 5: Reflexion und Vernetzung

Wie eingangs erwähnt, genügt es nicht, nur das Handwerkszeug verständlichen mathematischen Schreibens zu trainieren, vielmehr geht es darum, die Perspektive der Studierenden (und Lehrenden) auch für die individuellen Schreibprozesse und die

Regeln und Normen fachspezifischer Diskurse zu öffnen. Einzelne Schritte von Reflexion, die hierbei nützlich sein kann, haben wir bereits benannt; sie begleiten die schreibdidaktische Arbeit eng – etwa wenn Studierende aufgefordert werden, den Nutzen von stilistischen Mitteln zu vergleichen oder eine begründete Entscheidung für einen besonders adressatengerechten Text zu treffen. Darüber hinaus sollte aber systematisch Gelegenheit gegeben werden, erstens darüber zu sprechen, wie (und ob[5]) Studierende sich vorstellen können, die Mittel, die sie kennengelernt haben, selbst zu nutzen oder auf andere Kontexte zu übertragen, mögliche Diskrepanzen zum individuellen Vorverständnis von Schreiben oder Mathematik zu thematisieren, und zweitens über die Vermittlung von Erkenntnis im Diskurs zu reflektieren. So ließe sich angesichts der zweiten hier vorgestellten Aufgabe etwa darüber nachdenken, wie eigentlich die Tatsache, dass es adressatengerechtere Beweisdarstellungen gibt, mit dem Verständnis, dass es in der Mathematik nur um „richtig oder falsch" geht, zusammenpasst.

Kritische Bewertung

Die vorliegende Aufgabe öffnet die Augen für die oft übersehe rhetorische Dimension mathematischer Texte. Mit den vermutlich überraschenden Stilmitteln aus dem ersten Schritt werden die Studierenden aus ihrem Vorverständnis von Mathematik herausgerissen. Zweitens Rolle der Sprache für mathematische Erkenntnis kann damit noch tiefgreifender diskutiert werden als im ersten Beispiel. Durch die eher spielerische Nutzung verschiedener Darstellungsformen kann das Spektrum sprachlicher Möglichkeiten noch einmal stark erweitert werden. In den Schritten 2 und 3 lernen die Studierenden außerdem, sich als Leser_innen mit Blick auf das Schreiben mathematischer Texte ernst zu nehmen, also Lesen und Schreiben gleichzeitig in den Blick zu nehmen.

Ausblick

Das Ziel des hier vorgestellten schreib- und mathematikdidaktischen Ansatzes ist es, systematische Werkzeuge zur verständlichen und überzeugenden schriftlichen Darstellung mathematischer Gedankengänge und Sachverhalte zu vermitteln, die an eine wissenschaftskritische Reflexion rückgebunden sind. Eine ausführliche Ausarbeitung dieses Ansatzes, in der neben schreibpsychologischen und –didaktischen Erkenntnissen auch neuere Erkenntnisse aus Wissenschaftstheorie der Mathematik, allgemeiner Philosophie- und Wissenschaftsdidaktik einbezogen und in eine systematisch angelegte, den Ansprüchen an mathematisch-wissenschaftliches Schreiben auf den verschiedenen Stufen des Mathematikstudiums (vom Studienanfang bis zum Masterstudium und der Promotion) Rechnung tragenden Didaktik mathematisch wissenschaftlichen Schreibens integriert werden, steht indes noch aus. Diese Ausarbeitung, etwa vor dem Hintergrund einer argumentationstheoretisch und dialoglogisch begründeten Verständnisses von Mathematik und entlang etwa der Begriffe *Begriff, Satz* und *Theorie* (für die logischen Grundbausteine einer jeden Wissenschaft und insbesondere auch eine unter wissenschaftlicher Perspektive betriebenen Mathematik), muss weiterer Forschungsarbeit vorbehalten bleiben.[6]

---

[5] Angesichts üblicher Praxis im Mathematikstudium ist das „ob" keine triviale Frage.
[6] Ein systematischer Ansatz in dieser Richtung wird beschrieben in (Schnieder 2013).

Literatur

Bean, John (2001): *Engaging Ideas. The Professor's Guide to Integrating Writing, Critical Thinking, and Active Learning in the Classroom.* San Francisco: John Wiley & Sons

Beaufort, Anne (2007): *College writing and beyond: A new framework for university writing instruction*. Logan: Utah State University Press.

Beutelspacher, Albrecht (2009): „Das ist o.B.d.A. trivial!" Tipps und Tricks zur Formulierung mathematischer Gedanken. 9. Auflage. Wiesbaden: Vieweg.

Daepp, Ulrich, & Gorkin, Pamela (2011): Reading, Writing and Proving. A Closer Look at Mathematics. 2nd Ed. New York: Springer.

Hayes, J. R. (1996). A new framework for understanding cognition and affect in writing. In: C. Michael Levy, Sarah E. Ransdell (Eds.): *The science of writing. Theories, methods, individual differences and applications* (pp. 1-27). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Hentig, Hartmut von (1996): Bildung. Ein Essay. Weinheim und Basel: Beltz.

Hentig, Hartmut von (2003): Wissenschaft. Eine Kritik. Weinheim und Basel: Beltz.

Heymann, Hans Werner (2013): Allgemeinbildung und Mathematik. 2. Auflage. Weinheim: Beltz.

Higham, Nicholas J. (1998): Handbook of Writing for the Mathematical Sciences. Philadelphia: SIAM.

Hoffkamp, A., Paravicini, W., Schnieder, J.: *Denk- und Arbeitsstrategien zum Lernen von Mathematik am Übergang Schule - Hochschule.* Erscheint in: Tagungsband zur 2. Arbeitstagung des khdm, Springer Spektrum Verlag, 2014.

Houston, Kevin (2012): Wie man mathematisch denkt. Eine Einführung in die mathematische Arbeitstechnik für Studienanfänger. Berlin, Heidelberg: Springer.

Hußmann, Stefan (2003): Mathematik entdecken und erforschen. Theorie und Praxis des Selbstlernens in der Sekundarstufe II. Berlin: Cornelsen.

Hyland, Ken (2011): Learning to write: Issues in theory, research and pedagogy. In Manchón, R.M. (ed.) Learning to write and writing to learn in an additional language (pp. 17-35). Amsterdam: John Benjamins.

Krämer, Sybille: Punkt, Strich, Fläche. Von der Schriftbildlichkeit zur Diagrammatik, in: Eva Cancik-Kirschbaum, Sybille Krämer, Rainer Totzke (Hg), Schriftbildlichkeit. Wahrnehmbarkeit, Materialität und Operativität von Notationen, Berlin: akademie Verlag 2012, S. 79-100,

Kruse, Otto (2003). Schreiben lehren an der Hochschule: Aufgaben, Konzepte, Perspektiven. In: Ehlich, Konrad (Hg.). *Wissenschaftlich schreiben - lehren und lernen.* (S. *-*. Berlin: Walter de Gruyter.

Kruse, O. (2007). Schreibkompetenz und Studierfähigkeit: Mit welchen Schreibkompetenzen sollen die Schulen ihre Absolvent/innen ins Studium entlassen? In M. Becker-Mrotzeck & Kirsten Schindler (Hg.). *Texte schreiben* (S. 117-143). Duisburg: Gilles & Francke.

Leuders, Timo (Hrsg.) (2003): Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen.

Mehrtens, Herbert (1990): Moderne Sprache Mathematik. Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Meier, John/Rishel, Thomas (1998): Writing in the Teaching and Learning of Mathematics. The Mathematical Association of America: MAA Notes 48.

Nystrand, M. (2006): The social and historical context for writing Research. In: C. A. MacArthur, S. Graham, & J. Fitzgerald, (Eds.): Handbook of writing research (p. 11-27). New York, London.

Prior, * (2006): A Sociocultural Theory of Writing. In C. McArthur, S. Graham, & J. Fitzgerald (Eds.). Handbook of writing research (pp. 54-66). New York: Guilford Press.

Schnieder, Jörn (2013): Mathematikdidaktische Potentiale philosophischer Denkrichtungen. In: I. Bausch et al. (Eds.): Mathematische Vor- und Brückenkurse (p. 197 – 212). Wiesbaden: Springer.

Pörksen, B./Schulz von Thun, F. (2014): Kommunikation als Lebenskunst. Heidelberg: Carl-Auer-Systeme Verlag.

Stekeler-Weithofer, Pirmin (2008): Formen der Anschauung. Berlin und New York: De Gruyter.

Tetens, Holm (2013): Wissenschaftstheorie. Eine Einführung. München: Beck.

Tetens, Holm (2004): Philosophisches Argumentieren. Eine Einführung. München: Beck.

Thiel, Christian (1995): Philosophie und Mathematik. Eine Einführung in ihre Wechselwirkungen und in die Philosophie der Mathematik. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Ramage, J. D., Bean, J.C., & Johnson, J. (2012). *Writing arguments: A rhetoric with readings.* 6th Ed. Boston: Pearson.

Velleman, Daniel J. (2009): How to prove it. A structured approach. Second edition. Cambridge University Press.

Anhang

Arbeitsblatt 1.1: Grundregeln mathematischen Schreibens.
Arbeitsblatt 1.2: Das Puzzle zum Irrationalitätsbeweis von Wurzel 2.
Arbeitsblatt 1.3: Satzanfänge für die schriftliche Ausformulierung mathematischer Beweise.
Arbeitsblatt 1.4: Ausformulierter Beweis eines Studierenden der Medizinischen Ingenieurswissenschaften (3. Semester).
Arbeitsblatt 2.1: Ungewöhnliche rhetorische und stilistische Mittel.
Arbeitsblatt 2.2: Tabelle „Adressatendiagramm“.
Arbeitsblatt 2.3: Beweis zur Innenwinkelsumme im Dreieck.